

## Tentamen Programmacorrectheid, 6 juli 2011

Tijdsduur 3 uur. Gesloten boek.

Voorzie alle in te leveren bladen van je naam, en nummer ze. Schrijf op het eerste blad het aantal ingeleverde bladen. Werk netjes, formuleer scherp en zorgvuldig. Schrijf duidelijk leesbaar.

Geef in alle gevallen volledig en correct geannoteerde commando's. Behandel elke herhaling met het stappenplan. Geef bij de stappen 1 telkens een geannoteerd lineair bewijs. Bij de stappen 3 is het voldoende de bewijsverplichting te geven tezamen met een goed argument waarom hieraan voldaan wordt.

Als het tentamen is nagekeken, kun je het inzien op kamer 374. Maak zo nodig een afspraak per e-mail (w.h.hesselink@rug.nl).

**Opgave 1 (18 %).** Bepaal een geannoteerd commando  $S$  dat voldoet aan

```
var  $i, k : \mathbb{Z}$ 
  {  $P : i = X - 3 \cdot Y \wedge k = 2 \cdot X + Y$  }
 $S$ 
  {  $Q : i \leq k \wedge ((i = X \wedge k = Y) \vee (i = Y \wedge k = X))$  } .
```

Je mag desgewenst hulpvariabelen gebruiken.

Hint: je zou eerst  $i = X \wedge k = Y$  waar kunnen maken.

**Opgave 2 (36 %).** Gegeven zijn twee arrays volgens de declaratie

```
const  $n : \mathbb{N}$ ;  $a, b : \text{array } [0 \dots 2 \cdot n] \text{ of } \mathbb{R}$  .
```

Bepaal een commando ter berekening van

```
 $\Sigma(a[i] \cdot b[j] \mid i, j : 0 \leq j < 2 \cdot i \wedge i < n)$  .
```

De tijdscomplexiteit dient  $\mathcal{O}(n)$  te zijn.

(a: 18 %) Stel recurrente betrekkingen op voor functies waarmee het gevraagde getal berekend kan worden, inclusief basisgevallen.

(b: 18 %) Geef een formele specificatie en werk het volledige stappenplan af.

**Opgave 3 (46 %).** Gegeven is de functie  $h : \mathbb{Z}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ , die sterk dalend is in het eerste argument en zwak stijgend is in het tweede argument. Gegeven zijn gehele constanten  $n, w$ . Ontwerp een commando  $T$  ter bepaling van het aantal paren  $(i, j) \in \mathbb{Z}^2$  met  $h(i, j) = w$  en  $0 \leq i$  en  $-n \leq j$  en  $2 \cdot i + 3 \cdot j \leq n$ .

Let wel:  $j$  mag dus negatief zijn.

(a: 4 %) Maak een schets van het te onderzoeken gebied, rekening houdend met de gegevens. Geef aan waar de functie  $h$  hoog of laag is, waar de hoogtelijn van  $w$  loopt, en hoe je de resterende rechthoek legt.

(b: 22 %) Definieer een functie waar het gevraagde aantal mee berekend kan worden. Bepaal hiervoor recurrente betrekkingen, inclusief de basisgevallen.

(c: 4 %) Geef een formele specificatie voor het bedoelde commando.

(d: 16 %) Bepaal een correct commando voor dit probleem met een tijdscomplexiteit van  $\mathcal{O}(n)$ .